

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in
Kaiserslautern**

Semester: Wintersemester 2013/2014

Abschlussprüfung: Mathe für TS2

Datum: 11.12.2013

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

a) Kreuzen Sie für jede Differenzialgleichung die entsprechenden Eigenschaften an:

	homogen	inhomogen	linear	mit konstanten Koeffizienten
$f'''(x) - 2 \cdot f'(x) + 8 \cdot f(x) = 0$				
$f''(x) + \sqrt{x} \cdot f(x) = 0$				
$[f''(x)]^2 - f'(x) + 2 \cdot f(x) = x^2$				
$f''(x) + 3 \cdot f'(x) + 5 \cdot f(x) = e^x$				

+1 Punkt für jede richtige Zeile, - 1 Punkt für jede falsche Zeile

0 Punkte für jede leere Zeile

Minimum: 0 Punkte

(4 Punkte)

b) Erklären Sie kurz das Superpositionsgebot (3 Punkte).

c) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung

$$f'(x) + 3 \cdot f(x) = 0 \quad (1 \text{ Punkt}).$$

d) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung

$$f''(x) + 2 \cdot f'(x) + f(x) = 0 \quad (4 \text{ Punkte}).$$

Aufgabe 2

a) Gegeben ist die Ebene \mathcal{E} mit den drei Punkten $A(-1|2|3)$, $B(0|0|0)$ und $C(0|-1|2)$.

a1) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung von \mathcal{E} (3 Punkte).

a2) Bestimmen Sie einen Normaleneinheitsvektor \vec{n}_e von \mathcal{E} (4 Punkte).

Abschlussprüfung: Mathe für TS2, Wintersemester 2013/2014, 11.12.2013

b) Bestimmen Sie den Durchstoßpunkt D der Geraden $G: \vec{r}_G = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ durch die Ebene $\mathcal{E}: \vec{r}_e = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + p \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + q \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (5 Punkte).

$$\text{Ebene } \mathcal{E}: \vec{r}_e = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + p \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + q \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5 \text{ Punkte}).$$

Aufgabe 3

a) Kreuzen Sie für jede Funktion die richtige Eigenschaft an:

	gerade	ungerade	weder gerade noch ungerade
$f(x) = [\tan(x)]^2$			
$f(x) = x^5 - 7 \cdot x^3 + 5 \cdot x - 1$			
$f(x) = x^4 + 2 \cdot x^2 + 1$			
$f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$			

+1 Punkt für jede richtige Antwort, - 1 Punkt für jede falsche Antwort

0 Punkte für jede fehlende Antwort

Minimum: 0 Punkte

(4 Punkte)

b) Bestimmen Sie sämtliche Wendepunkte von $f(x) = x^6 - 3 \cdot x^5$ $D_f = \mathbb{R}$ (8 Punkte).

Aufgabe 4

Lösen Sie das folgende Randwertproblem:

$$f''(x) + f(x) = \sin(2 \cdot x), \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \quad f(\pi) = 0$$

(12 Punkte)

Aufgabe 5

a) Bestimmen Sie alle Nullstellen von $f(x) = \cos(2 \cdot x + \pi)$ $D_f = \mathbb{R}$ (3 Punkte).

b) Zerlegen Sie die Funktion $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ in Linearfaktoren (4 Punkte).

c) Bestimmen Sie alle Asymptoten der Funktion $f(x) = \frac{x^2 - 3 \cdot x + 2}{x^2 - 1}$ (5 Punkte).